

Parallelisieren und Optimieren von DAEdalon in Matlab

Tobias Brambier, Steven Becker

Technische Hochschule Bingen

APL Germany Tagung
Bingen, 25.04.2023

Inhalt

- 1 FEM
- 2 DAE_{Edalon}
- 3 Ergebnisse

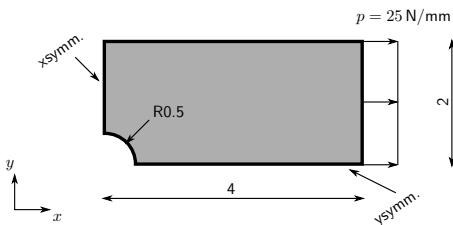


FEM

Einleitung

Finite-Elemente-Methode (FEM) zum Lösen part. DGLen,
z.B. mechanisches Gleichgewicht

Beispiel: Lochscheibe (Symm.)



Grundsätzlicher Aufbau von Finite-Elemente Software

- Präprozessor (z.B. FreeCAD)
 - Konstruktion der Geometrie
 - Vernetzen
 - Definition der Materialeigenschaften
 - Aufbringen von Randbedingungen
- Solver (z.B. DAEalon)
 - Aufbau des Gleichungssystems
 - Lösen des Gleichungssystems
- Postprozessor (z.B. ParaView)
 - Darstellen der Ergebnisse
- oder: Gesamtlösungen (z.B. Abaqus)

FEM

DAEdalon

- Entwickelt seit 2002
- Basierend auf Matlab bzw. GNU Octave
- Code einsehbar und frei verfügbar unter <https://github.com/daedalonFEM/daedalon>



FEM

Crashkurs

Mechanisches Gleichgewicht

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{0}$$

Multiplikation mit Testfunktion und partielle Integration (schwache Form)

$$\int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) \, dV = 0$$

Symmetrie des Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}$, Cauchy-Theorem $\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$

$$\int_{\Omega} \delta \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \underline{\boldsymbol{\sigma}} \, dV = \int_{\partial\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} \, dA$$

FEM

Crashkurs

Räumliche Diskretisierung (FE) und Materialgesetz $\underline{\sigma} = \underline{\mathbb{C}} \underline{\varepsilon}$

$$\bigcup_e \int_{\Omega_e} \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\mathbb{C}} \underline{\varepsilon} dV_e = \bigcup_e \int_{\partial \Omega_e} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} dA_e$$

Isoparametrisches Konzept / Transformation in Referenzkonfiguration

$$\bigcup_e \int_{\Omega_e} \delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\mathbb{C}} \underline{\varepsilon} J dV_{\square} = \bigcup_e \int_{\partial \Omega_e} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} J dA_{\square}$$

Numerische Integration

$$\bigcup_e \sum_{\text{gp}} \left(\delta \underline{\varepsilon}^T \underline{\mathbb{C}} \underline{\varepsilon} \right)_{\text{gp}} J_{\text{gp}} w_{\text{gp}} = \bigcup_e \sum_{\text{gp}} \left(\delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} \right)_{\text{gp}} J_{\text{gp}} w_{\text{gp}}$$

FEM

Crashkurs

Interpolation auf Integrationspunkte

$$\begin{aligned} \bigcup_e \sum_{\text{gp}} \left(\sum_I \delta \mathbf{u}_I^T \underline{\mathbf{B}}_I^{u,\text{gp}T} \right) \underline{\mathbb{C}} \left(\sum_J \underline{\mathbf{B}}_J^{u,\text{gp}} \mathbf{u}_J \right) J_{\text{gp}} w_{\text{gp}} \\ = \bigcup_e \sum_{\text{gp}} \left(\sum_I N_I^{\text{gp}} \delta \mathbf{u}_I \right)^T \mathbf{t}_{\text{gp}} J_{\text{gp}} w_{\text{gp}} \end{aligned}$$

Elementsteifigkeitsmatrix und Elementlastvektor

$$\begin{aligned} \bigcup_e \sum_{\text{gp}} \sum_I \sum_J \delta \mathbf{u}_I^T \underbrace{\underline{\mathbf{B}}_I^{u,\text{gp}T} \underline{\mathbb{C}} \underline{\mathbf{B}}_J^{u,\text{gp}}}_{\mathbf{K}_{IJ}^e} J_{\text{gp}} w_{\text{gp}} \mathbf{u}_J \\ = \bigcup_e \sum_{\text{gp}} \sum_I \delta \mathbf{u}_I^T \underbrace{N_I^{\text{gp}} \mathbf{t}_{\text{gp}} J_{\text{gp}} w_{\text{gp}}}_{\mathbf{f}_I^e} \end{aligned}$$

Globales Gleichungssystem

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}$$

FEM

Assemblierung \mathbf{K}

Assemblierung der Elementsteifigkeitsmatrizen in die globale Steifigkeitsmatrix

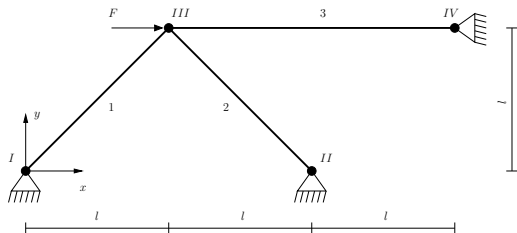
- n : Anzahl an Knoten insgesamt
- nel : Anzahl an Knoten pro Element
- ndf : Anzahl an Freiheitsgraden pro Knoten

- Elementsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}_e \in \mathbb{R}^{ndf \cdot nel \times ndf \cdot nel}$
- Globale Steifigkeitsmatrix $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{ndf \cdot n \times ndf \cdot n}$

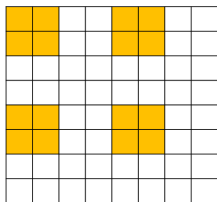
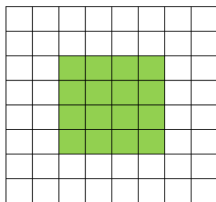
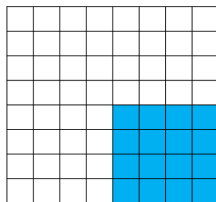
FEM

Assemblierung K

Beispiel: Stabwerk ($n=4$, $nel=2$, $ndf=2$)



Assemblierung einzelner K_e in K

 K_1  K_2  K_3

FEM

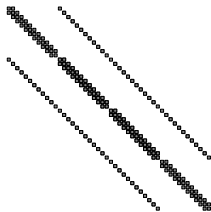
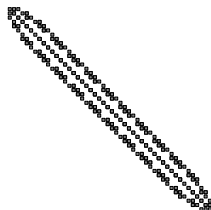
Assemblierung K Einfluss der Knotennummerierung auf Bandstruktur von K

initial

37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

optimiert

42	38	34	30	26	22	18	14	10	6	3	1
45	41	37	33	29	25	21	17	13	9	5	2
47	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4
48	46	43	39	35	31	27	23	19	15	11	7

spy(K)spy(K)

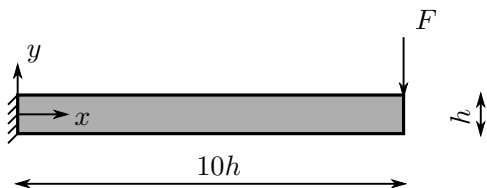
DAEdalon

Assemblierung der globalen Steifigkeitsmatrix

- Alte Vorgehensweise
 - elementweises Einsortieren der Elementsteifigkeitsmatrizen in die globale Steifigkeitsmatrix
 - relativ geringer Speicherbedarf `spalloc(...)` (1% der vollbesetzten Matrix)
 - schwieriger zu parallelisieren (race condition)
- Neue Vorgehensweise
 - Zwischenspeichern aller Elementsteifigkeitsmatrizen
 - einmaliges Einsortieren aller Elementsteifigkeitsmatrizen in die globale Steifigkeitsmatrix
 - temporärer Speicherbedarf für sparse matrix (ijv-Format):
 $3 \cdot n^{\text{elem}} \cdot (\text{ndf} \cdot \text{nel})^2 \cdot 8 \text{ byte}$
 - leicht zu parallelisieren \rightsquigarrow `parfor` \Leftrightarrow `for`

DAEdalon

Problembeschreibung

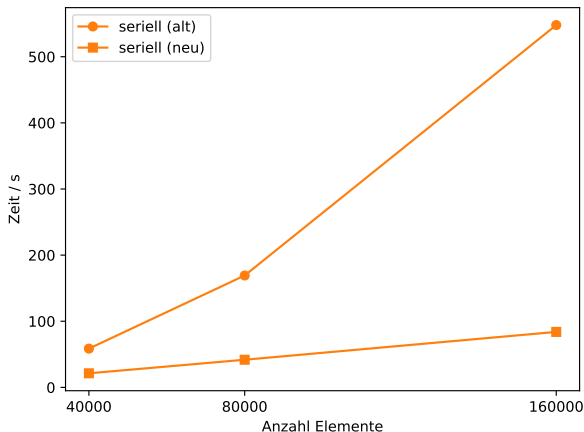


- Kragarm, $h \times h \times 10h$
- 40.000, 80.000, 160.000 Elemente
- Randbedingungen (hier ohne Einfluss auf \mathbf{K})
 - Feste Einspannung am linken Balkenende
 - Vertikalkraft am rechten Balkenende
- Benutzte Hardware
 - CPU: Intel(R) Xeon(R) W-2255 CPU @ 3.70GHz
 - RAM: 128 GB

Ergebnisse

alt vs. neu, seriell

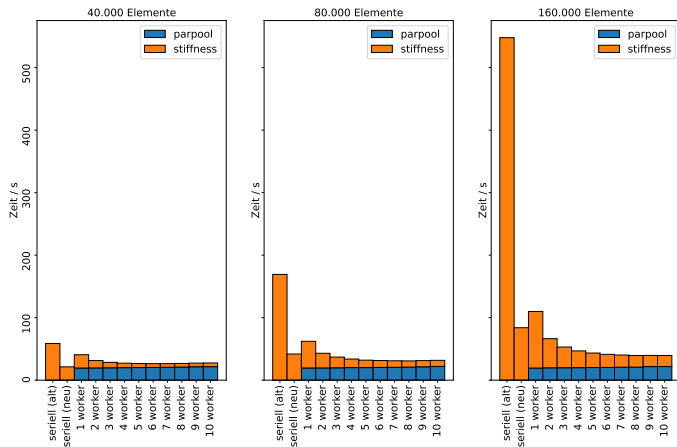
- Vergleich der seriellen Laufzeiten für die Berechnung der globalen Steifigkeitsmatrix (Befehl: `stiffness`)



Ergebnisse

alt vs. neu, seriell u. parallel

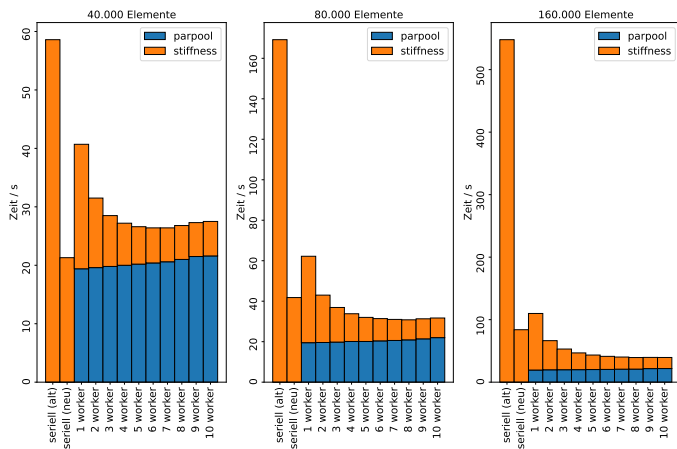
- Vergleich verschiedener Diskretisierungen
- Overhead durch Starten des Pools an parallelen Workern (Befehl: `parpool1`) steigt linear mit Anzahl an Workern



Ergebnisse

alt vs. neu, seriell u. parallel

- Betrachtung einzelner Diskretisierungen
- Overhead durch Starten des Pools an parallelen Workern (Befehl `parpool1`) steigt linear mit Anzahl an Workern



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Ihre Fragen ... ?

Steven Becker
Technische Hochschule Bingen
s.becker@th-bingen.de
+49 6721 409 129